

# LICENCE DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

## Centre Universitaire de Mayotte

Licence de Mathématiques Générales (En partenariat avec l'Université de Montpellier)

### Formation proposée

L1, L2 et L3 de MG en présentiel (cours magistraux, travaux dirigés et travaux pratiques : campus de Dombéni)

Nombre de places offertes en L1 à la rentrée 2016 : 40

Nombre de places offertes en L2 à la rentrée 2016 : 20

Nombre de places offertes en L3 à la rentrée 2016 : 20

### Profil des bacheliers recrutés

Idéalement : bacheliers série S

Éventuellement, en fonction du dossier de scolarité : bacheliers série ES ; titulaires du DAEU

### Programme de L1

#### Semestre 1 (30 ECTS)

##### MG 101 (48h CM + 52h TD)

Algèbre linéaire 1 et Analyse 1

##### MG 102 (12h CM + 24h TD + 14h TP)

Introduction à l'Algorithmique et à la Programmation

##### MG 103 (24h CM + 26h TD)

Physique Générale

##### MG 104 (50h TD)

Calculus

##### MG 105 (24h CM + 26h TD)

Maths du Choix Collectif

#### Semestre 2 (30 ECTS)

##### MG 201 (36h CM + 39h TD)

Algèbre linéaire 2

##### MG 202 (36h CM + 39h TD)

Analyse 2

##### MG 203 (14h CM + 36h TP)

Programmation impérative

##### MG 204 (24h CM + 26h TD)

Recherche Opérationnelle

##### MG 205 (25h TD)

Projet personnel de l'étudiant

##### MG 206 (25h TD)

Anglais

## Programme de L2

### Semestre 3 (30 ECTS)

#### MG 301 (48h CM +52h TD)

Algèbre Linéaire 3 et Arithmétique

#### MG 302 (36h CM +39h de TD)

Analyse 3

#### MG 303 (12h CM+13h de TD)

Probabilités Élémentaires

#### MG 304 (20h CM+30h de TD et TP)

Introduction aux Logiciels Scientifiques  
(Matlab ou Scilab et R)

#### MG 305 (25h de TD)

Culture Générale

#### MG 306 (25h de TD)

Anglais

### Semestre 4 (30 ECTS)

#### MG 401 (36h CM + 39h TD)

Géométrie Euclidienne et Algèbre Bilinéaire

#### MG 402 (36h CM + 39h TD)

Analyse 4

#### MG 403 (24h+18h de TD et 8h de TP)

Probabilités et Statistique Élémentaires

#### MG 404 (21h CM + 17h TD + 12h TP)

Analyse Numérique Matricielle

#### MG 405 (25h TD)

Anglais

#### MG 406 (7h CM+18h TD)

Concepts et outils de base en informatique  
(bureautique)

## Programme de L3

### Semestre 5 (30 ECTS)

#### MG 501 (36h CM + 39h TD)

Algèbre Linéaire et Théorie des Groupes

#### MG 502 (36h CM + 39h TD)

Théorie de la Mesures et Intégration

#### MG 503 (36 CM + 39h TD)

Topologie des Espaces Métriques

#### MG 504 (21h CM + 12h TD + 18h TP)

Analyse Numérique des Équations  
Différentielles ordinaires

#### MG 505 (25, 5h TD)

Anglais

### Semestre 6 (30 ECTS)

#### MG 601 (36h CM + 39h TD)

Calcul Différentiel et Équations  
Différentielles

#### MG 602 (36h CM + 39h TD)

Probabilités et Statistiques

#### MG 603 (24 CM + 27h TD)

Optimisation

#### MG 604 (24 CM + 13,5h TD+ 13,5h TP)

Modélisation Déterministe et Stochastique

#### MG 605 (15h TD)

Stage

*Cette Licence est une formation généraliste en 3 ans qui vise à une poursuite d'études en Master ou à l'intégration dans une École d'Ingénieurs. Son objectif est d'apporter la formation mathématique indispensable à toute personne se proposant d'utiliser les mathématiques dans sa profession, d'offrir une culture scientifique dans les disciplines les plus proches des Mathématiques et, dans les parcours bi-disciplinaires, de développer des compétences spécifiques en informatique, en physique ou en sciences sociales.*

### **Poursuites d'études après la L3**

**Master à l'Université de Montpellier :** Master Mathématiques, Statistique et Applications (recherche) ; Master Enseignement et diffusion des mathématiques (CAPES) ; Master Enseignement des Sciences en Lycée Professionnel (CAPLP) ; Master Statistique des Sciences de la Vie et de la Santé.

**Dans les autres universités :** Masters Mathématiques, Physique, Informatique...

**Licences professionnelles :** Acoustique et Environnement Sonore ; Contrôle et Mesure de la Lumière et de la Couleur...

### **Débouchés professionnels**

- ♣ Instituteur (Mayotte), enseignant certifié ou agrégé en mathématiques, Statisticien.
- ♣ Ingénieur informaticien, concepteur de jeux vidéo.
- ♣ Astrophysicien.
- ♣ Ingénieur biomédical.
- ♣ Ingénieur conception industrielle.
- ♣ Chercheur en géo mécanique.
- ♣ Ingénieur télécommunications.
- ♣ Acousticien du bâtiment...

### **D'autres débouchés ici :**

[http://smf.emath.fr/files/imported/Publications/ZoomMetiersDesMaths/Zoom\\_Math2006\\_Bassedef.pdf](http://smf.emath.fr/files/imported/Publications/ZoomMetiersDesMaths/Zoom_Math2006_Bassedef.pdf)

**Consultez le site de la Faculté des sciences de Montpellier :**  
**<http://www.fdsweb.univ-montp2.fr>**



Universités Partenaires : Aix-Marseille – Montpellier – Nîmes – Rouen

**CENTRE UNIVERSITAIRE DE MAYOTTE**

Université partenaire : Montpellier

Modalités Contrôle de Connaissances

Licence MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES Première année (L1 MG)

Année Universitaire 2016/2017



MAJ le 15/6/2016

Semestre 1									
Code UE	Intitulé	Crédits ECTS	ENSEIGNANTS	CM	TD	TP	Evaluation session 1	Evaluation session 2	
MG 101	Algèbre Linéaire 1 et Analyse 1	10	S. Paronneau	48	52		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 102	Introduction à l'Algorithmique et à la Programmation	5	Y. Girard	12	24	14	Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 103	Physique Générale	5	E. Halidi	24	26		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 104	Calculus	5	S. Paronneau		50		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 105	Métho du Choix Collectif	5	S. Paronneau - Y. Girard	24	26		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
Semestre 2									
Code UE	Intitulé	Crédits ECTS	ENSEIGNANTS	CM	TD	TP	Evaluation session1	Evaluation session 2	
MG 201	Algèbre Linéaire 2	7,5	S. Paronneau	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 202	Analyse 2	7,5	S. Paronneau	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 203	Programmation impérative	5	Y. Girard	14		36	Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 204	Recherche opérationnelle	5	E. Halidi	24	26		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 205	Projet Personnel de l'Étudiant	2,5	E. Fontaine		25		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 206	Anglais	2,5	M. Mori		25		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	

Le responsable du département de Sciences et Technologies  
Elliott SUCRÉ

Le Directeur du Centre Universitaire  
Laurent CHASSOT



## LICENCE 1 - PROGRAMME INDICATIF

### Semestre 1

MG 101

*Algèbre Linéaire 1 et Analyse 1 (100h) – 10 crédits ECTS*

#### Généralités

##### I/ Ensembles et applications

- 1) Notions de base sur les ensembles (définition intuitive, égalité, ensemble vide, inclusion, définition par extension, en compréhension, paramétrique).
- 2) Opération ensemblistes (ensembles des parties, union, intersection, complémentaires), produit cartésien.
- 3) Notion de base sur les applications (définition intuitive, définition formelle, image et pré-image d'une partie, graphe, composition, injections, surjections, bijections, restrictions).

##### II/ Quelques méthodes de démonstration :

Implication, équivalence par double implication (égalité d'ensemble par double inclusion...), démonstration par l'absurde, contraposée, démonstration par récurrence.

## Algèbre Linéaire

### I/ Géométrie élémentaire de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ :

- 1) Droites du plan et de l'espace (lien entre définition par point + vecteur non nul et définition par équations linéaires), plans de l'espace (lien entre définition par point + combinaisons linéaires de deux vecteurs non colinéaires et équation linéaire).
- 2) Produit scalaire dans  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ , produit vectoriel et orientation.
- 3) Isométries de  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$  ; homothéties, rotations, similitudes, symétries, projections.
- 4) Interprétation géométriques des nombres complexes : conjugaison,  $z \rightarrow z+a$ ,  $z \rightarrow uz+w$ .

### II/ Matrices à coefficients réels ou complexes et Vecteurs.

*Calcul matriciel* : produit matriciel, produit matrice par vecteur colonne (resp. vecteur ligne par matrice) = combinaison linéaire de colonnes (resp. combinaison de ligne), inversion, transposition. Trace d'une matrice,  $\text{tr}(AB)=\text{tr}(BA)$ .

Opérations élémentaires et description par multiplication par des matrices élémentaires. Méthode du pivot de Gauss pour inverser une matrice. Systèmes linéaires à coefficients réels ou complexes (en exercices, on pourra préparer à la notion de dimension à travers la recherche du nombre minimal de paramètres nécessaires pour décrire complètement l'ensemble des solutions d'un système linéaire, mais aucune théorie ne sera présente).

Applications linéaires de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^p$  définies comme multiplication d'une matrice par un vecteur. Préservation de la colinéarité, des combinaisons linéaires. Lien avec les systèmes linéaires. Noyau, injectivité. *Exemples* : écriture matricielle de transformations géométriques usuelles de  $\mathbb{R}^2$  et de  $\mathbb{R}^3$  (en lien avec l'écriture matricielle des nombres complexes). (On pourra faire quelques changements de base en exercice mais aucune théorie sur ce sujet ne sera présente dans le cours).

## Analyse

### I/ Nombres réels

- 1) Les ensembles usuels de nombres.
- 2) max et sup d'une partie.
- 3) Les réels.
- 4) Densité des rationnels et des décimaux.

### II/ Limite, continuité et dérivabilité de fonctions réelles

- 1) Définitions.
- 2) Opérations sur les limites.
- 3) Convergence des fonctions monotones.
- 4) Comparaison de fonctions.
- 5) Continuité en un point.
- 6) Continuité sur un intervalle.
- 7) Théorème des valeurs intermédiaires.

- 8) Taux d'accroissement et dérivée.
- 9) Opération sur les dérivées.
- 10) Théorème de Rolle (en admettant le fait qu'une fonction continue atteint ses bornes sur un intervalle fermé borné) et Théorème des accroissements finis.

### III/ Quelques fonctions usuelles (applications en calculus)

- 1) Fonction puissance.
- 2) Exponentielle et logarithme.
- 3) Fonctions trigonométrique et leur réciproque.

## MG102

### Introduction à l'Algorithmique et à la Programmation (50h) – 5 crédits ECTS

Description du contenu de l'enseignement :

Nous nous intéressons dans cet enseignement à la résolution de problèmes à l'aide d'ordinateur. Pour résoudre un problème on procède en deux étapes :

- ♣ Définition de l'algorithme : description du calcul permettant la résolution du problème ; le calcul, qui correspond à un enchaînement d'actions à exécuter, est écrit dans un langage universel indépendant des ordinateurs : le langage d'algorithme.
- ♣ Écriture du programme : on traduit l'algorithme dans un langage de programmation en tenant compte des spécificités du langage choisi (syntaxe, opérations disponibles...) ; le programme obtenu peut être exécuté sur un ordinateur. Le langage de programmation choisi est C/C++

Compétences à acquérir :

- Étudier le langage d'algorithmes
  - ♣ Données manipulées par un algorithme : types des données, opérations sur les données, expressions ; données simples (nombres, booléens), données structurées (listes chaînées, tableaux).
  - ♣ Description d'un calcul ; nous étudierons deux modes d'expression d'un algorithme :
    - Mode récursif* : le calcul est décrit comme la composition de fonctions.
    - Mode séquentiel* : le calcul est décrit comme une succession d'instructions à exécuter (variables, affectation, itération).
- Étudier le langage de programmation C/C++ :
  - ♣ les types de données en C/C++.
  - ♣ les expressions en C/C++.
  - ♣ les variables et instructions en C/C++.

### MG103

#### **Physique Générale (50h) – 5 crédits ECTS**

Le cours de Physique générale a pour objectif de vous donner quelques bases pour appréhender les problèmes de physique. Une première partie permettra de vous familiariser avec les notions de mesures, d'ordre de grandeur, d'incertitudes. La seconde partie traitera les notions de base permettant d'aborder la dynamique newtonienne en toute sérénité. La dynamique newtonienne est la théorie qui fonde la physique classique et décrit les mouvements des corps soumis à des forces, en particulier la force d'inertie. Une force se comprend par ses effets qui résultent de l'interaction des deux systèmes : la terre et le soleil, l'électron et le noyau, le proton et le neutron. Cette seconde partie est elle-même composée de quatre grandes parties. La première concernera la statique des forces. Il est, en effet, indispensable d'être capable de traiter le cas statique avant de s'intéresser au cas dynamique. Cela permet en général de mieux appréhender les problèmes de dynamique (ne pas oublier de force, les forces à l'origine du mouvement, ...). Le second point permettra de remémorer les notions de cinématique et notamment les grandeurs vectorielles telles que la vitesse et l'accélération. Les changements de référentiel en translation seront abordés. Le troisième point traitera de la dynamique newtonienne. Les équations de bases seront établies et appliquées à des cas simples (chute libre, force centrale). Enfin, le dernier point abordé concernera la notion d'énergie mécanique. Il s'agit d'un outil très puissant permettant souvent de résoudre plus simplement les problèmes de Physique.

### MG104

#### **Calculus (50h) – 5 crédits ECTS**

- ‡ Dénombrement.
- ‡ Identités remarquables.
- ‡ Dérivées, primitives.
- ‡ Calcul d'intégrales.
- ‡ Étude de fonctions.
- ‡ Nombres complexes.
- ‡ Équations différentielle du premier ordre.

### MG105

#### **Maths du Choix Collectif (50h) – 5 crédits ECTS**

*Mise à niveau mathématique (M. Paronneau) :*

Révisions pour mettre à niveau les étudiants par rapport à la manipulation de notions mathématiques de base et de leur permettre de suivre les enseignements dispensés par la suite sans être « parasités » par des lacunes en calcul.

*Mise à niveau sur les équations algébriques (1h)*

*Mise à niveau sur les suites (3 h)*

- ‡ Raisonnement par récurrence.
- ‡ Limite d'une suite.
- ‡ Suites géométriques.
- ‡ Exemples de suites arithmético-géométriques.

## Semestre 2

### *Mise à niveau sur les fonctions numériques de variable réelle (7 h)*

- Limite, continuité.
- Dérivation.
- Branches infinies.
- Études de fonctions rationnelles.
- Études de fonctions exponentielles, logarithmes.

### *Mise à niveau en trigonométrie (5 h)*

- Définition, valeurs remarquables, cercle trigonométrique.
- Résolution d'équations trigonométriques.
- Études de fonctions trigonométriques.

### *Mise à niveau sur les nombres complexes (4 h)*

- Forme algébrique, calculs.
- Représentation géométrique.
- Forme trigonométrique.

### *Mise à niveau informatique : information numérique (bases avec des exemples tels que image, son), notions d'architectures et de logique (12h)*

- Usages et outils (internet, réseaux sociaux, plateformes collaboratives...) : 3h.
- Enjeux de l'informatique (sécurité, confidentialité, protection...) : 3h.
- Applications ((re)mise à niveau traitement de texte, tableur, préao) : 12h.

## MG201

### *Algèbre Linéaire 2 (75h) – 7.5 crédits ECTS*

*Espaces vectoriels* : structure d'espace vectoriel ( $K=Q, R$  ou  $C$ ), espaces  $R^n$  et  $C^n$ , espace des suites réelles, espace des fonctions numériques, combinaisons linéaires et colinéarité, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par une partie familles génératrices, familles libres, bases, dimension, théorème de la base incomplète et de l'échange (sans démonstration). Somme et somme directe de sous-espaces, supplémentaire.

*Applications linéaires* : Noyau et image, correspondance application linéaire matrice avec toutes les propriétés usuelles. Changement de base. Invariance de la trace par changement de base et définition de la trace d'un endomorphisme,  $\text{tr}(uv)=\text{tr}(vu)$ . Isomorphisme et application linéaire réciproque. Ensembles  $GL(E)$  et  $GL(n)$ . Retour sur les systèmes linéaires, et retour sur homothéties, rotations, similitudes, symétries, projections.

Rang des lignes et rang des colonnes d'une matrice. Théorème du rang. Formule de Grassmann.

*Polynômes* : coefficients, degré, racines. Espaces  $R[X]$ ,  $C[X]$ ,  $R_n[X]$  et  $C_n[X]$  comme exemples d'espaces vectoriels. Changement de base de la base des monômes dans une base du type  $1, X-a, (X-a)^2, (X-a)^3, \dots$ . Si  $a$  est une racine de  $P$ , alors il existe  $Q$  tel que  $P = (X-a)Q$ . Polynômes interpolateurs de Lagrange comme illustrations du théorème du rang.

Sous espaces affines de  $R_n$  (et de  $C_n$ ), sous-espaces parallèles, sous-espace vectoriel directeur. Dimension d'un sous-espace affine de  $R_n$  (ou  $C_n$ ). Repère vs. Base. Hyperplan affine, hyperplan vectoriel, définition par équation linéaire. Liens avec les solutions des systèmes linéaires. Applications affines.

Produit scalaire dans  $R_n$ , définition d'une isométrie affine, exemples. Lien entre équation d'un hyperplan affine et son vecteur normal.

## MG202

### Analyse 2 (75h) – 7.5 crédits ECTS

#### I/ Suites de réels

- 1) Définitions et exemples (suites, suites convergentes, limites).
- 2) Opérations sur les limites.
- 3) Convergence des suites monotones.
- 4) Comparaison de suites réelles.
- 5) Limite sup, limite inf, suites extraites, valeurs d'adhérences.
- 6) Théorème de Bolzano Weierstrass + toute fonction continue sur un intervalle fermé borné atteint ses bornes.
- 7) Suite de Cauchy.
- 8) Suites récurrentes.

#### II/ Dérivation et applications (suite du S1)

- 1) Rappels : Théorèmes de Rolle et des accroissements finis.
- 2) Formules de Taylor.
- 3) Développements Limités.
- 4) Opérations sur les DL.
- 5) DL usuels.
- 6) Développements asymptotiques.

#### III/ Courbes paramétrées du plan

## MG203

### Programmation impérative (50h) – 5 crédits ECTS

La programmation impérative, par opposition à la programmation déclarative, est un paradigme de programmation qui décrit la programmation comme l'état d'un programme et ses instructions qui changent l'état du programme. De la même façon que le mode impératif dans la langue naturelle donne des ordres à exécuter, les programmes impératifs sont une séquence de commandes que l'ordinateur doit exécuter.

## MG204

### *Recherche opérationnelle (50h) – 5 crédits ECTS*

#### *I/ Programmation linéaire*

- 1) Problèmes de production.
- 2) Interprétation géométrique.
- 3) Solution graphique à deux variables.
- 4) Forme générale (standard et canonique).
- 5) Systèmes linéaires et les opérations de pivotage.
- 6) L'algorithme du simplexe.
- 7) Un peu de dualité.

#### *II/ Graphes*

- 1) Définitions : degré, connexité, arbres, graphes bipartis et orientés, etc.
- 2) Matrice d'incidence et matrice d'adjacence (applications - le plus court chemin).
- 3) Algorithmes de Bellman, de Dijkstra et de Dantzig.
- 4) Relation de la matrice des degrés et la matrice laplacienne (théorème de Kirchhoff et nombre d'arbres couvrants).
- 5) Problème d'ordonnancements.
- 6) Problème de voyageur.
- 7) Problème du flot maximum.

## MG205

### *Projet Personnel de l'Étudiant (25h) – 2.5 crédits ECTS*

Le PPE a pour objectif principal de donner à chaque étudiant la possibilité de devenir acteur de son parcours personnel.

Le point de départ, un métier ou une profession que l'étudiant a vraiment envie de mieux connaître. L'étudiant devra alors réaliser une bibliographie sur ce métier intégrant des contacts avec des professionnels.

Ce travail sera finalisé sous forme d'un dossier et d'une présentation orale.

## MG206

### *Anglais (25h) – 2.5 crédits ECTS*

Cours d'approfondissement de l'apprentissage de la langue Anglaise destiné aux étudiants des filières scientifiques.



Universités Partenaires : Aix-Marseille – Montpellier – Nîmes – Rouen

**CENTRE UNIVERSITAIRE DE MAYOTTE**

Université partenaire : Montpellier

Modalités Contrôle de Connaissances

Licence MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES Deuxième année (L2 MG)

Année Universitaire 2016/2017



MAJ le 15/6/2016

Semestre 1									
Code UE	Intitulé	Crédits ECTS	ENSEIGNANTS	CM	TD	TP	Evaluation session 1	Evaluation session 2	
MG 301	Algèbre Linéaire 3 et Arithmétique	10	E. Halidi	48	52		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 302	Analyse 3	7,5	E. Halidi	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 303	Probabilités Élémentaires	2,5	D. Pouvreau	12	13		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 304	Introduction aux Logiciels Scientifiques (Matlab et R)	5	Y. Girard	20	30		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 305	Culture Générale	2,5	N. Wallet-Ermani		25		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 306	Anglais	2,5	M. Mori		25		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
Semestre 2									
Code UE	Intitulé	Crédits ECTS	ENSEIGNANTS	CM	TD	TP	Evaluation session1	Evaluation session 2	
MG 401	Géométrie Euclidienne et Algèbre Bilineaire	7,5	E. Halidi	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 402	Analyse 4	7,5	E. Halidi	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 403	Probabilités et Statistique Élémentaires	5	D. Pouvreau	24	18	8	Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 404	Analyse Numérique Matricielle	5	D. Pouvreau	21	17	12	Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 405	Anglais	2,5	M. Mori		25		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	
MG 406	Concepts et outils de base en informatique (bureautique)	2,5	Y. Girard	7	18		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%	

Le responsable du Département de Sciences et Technologies  
Elliott SUCRÉ



Le Directeur du Centre Universitaire  
Laurent CHASSOT



## LICENCE 2 - PROGRAMME INDICATIF

### Semestre 3

#### MG301

#### Algèbre Linéaire 3 et Arithmétique (100h) – 10 crédits ECTS

*Groupe symétrique  $S(n)$*  : décomposition canonique d'une permutation en produit de cycles à supports disjoints, ordre d'un cycle, d'une permutation, conjugaison,  $S(n)$  est engendré par les transpositions, signature comme unique application multiplicative non-triviale dans  $\{+1, -1\}$ .

*Polynômes* : définition, opérations, degré,  $Kn[X]$  ( $K=Q, R$  ou  $C$ ). Divisibilité, polynômes irréductibles, division euclidienne, algorithme d'Euclide. PGCD et PPCM, théorèmes de Bézout et de Gauss. Racines, multiplicité, théorème de décomposition en facteurs irréductibles. Théorème de D'Alembert-Gauss, décomposition en facteurs irréductibles dans  $R[X]$  et  $C[X]$ . Dérivation, formule de Taylor, caractérisation de la multiplicité des racines. Polynôme scindé et simplement scindé. Formules de Viète entre coefficients et racines.

Déterminants d'une matrice et d'une famille de vecteurs de  $R^n$  (ou de  $C^n$ ), déterminant d'une famille de vecteurs dans une base fixée. Opérations élémentaires. Déterminant de la transposée d'une matrice. Décomposition d'une matrice inversible en  $DU$  et  $U'D'$  avec  $D$  et  $D'$  diagonalisables et  $U$  et  $U'$  produit de transvections et déduction de la multiplicativité du déterminant. Déterminant d'un endomorphisme. Développement suivant lignes et colonnes, mineurs. Comatrice. Déterminant et inversibilité, définition du groupe  $SL(n)$ . Toute matrice de  $SL(n)$  est produit de transvections. Déterminant par blocs.

*Systèmes linéaires. Règles de Cramer.*

Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme, sous-espaces propres. Polynôme caractéristique. Polynômes d'endomorphismes, polynôme minimal, décomposition des noyaux, sous-espaces caractéristiques, théorème de Cayley-Hamilton, ordre de multiplicité d'une valeur propre.

Endomorphismes diagonalisables, caractérisation par les polynômes simplement scindés. Interprétation matricielle. Applications aux suites récurrentes linéaires via le calcul des puissances d'une matrice.

*Arithmétique de  $Z$*  : division euclidienne, algorithme d'Euclide, théorème de Bézout, décomposition en produit de nombres premiers, PGCD et PPCM, lemmes de Gauss et d'Euclide.

Relation d'équivalence (rappel). Congruences modulo un entier,  $Z/nZ$ . Théorème chinois, petit théorème de Fermat  $a^p \equiv a \pmod{p}$ .

### **MG302**

#### **Analyse 3 (75h) – 7.5 crédits ECTS**

##### *I/ Intégration*

- 1) Intégrale d'une fonction en escalier.
- 2) Fonctions Riemann Intégrables.
- 3) Primitive et Intégrales.
- 4) Quelques méthodes de calculs (IPP, changement de variables).
- 5) Sommes de Riemann et de Darboux.
- 6) Intégrales généralisées.

##### *II/ Dénombrabilité*

- 1) Cardinaux, ensembles dénombrables, propriétés de stabilité de la dénombrabilité.
- 2) Exemples d'ensembles dénombrables et non dénombrable.

##### *III/ Sommes de termes positifs - Familles sommables de réels (espace $l_1$ )*

- 1) Somme d'une famille de termes positifs Définition (comme sup sur les sommes finies), propriétés (additivité, homogénéité positive, sommation par paquet, Fubini positif, convergence monotone).
- 2) Famille sommable de réels Définition (en utilisant parties positive et négative), propriétés ( $l_1$  est un evn, la somme est linéaire, on peut se restreindre à un ensemble d'indice dénombrable, sommation par paquet, Fubini, convergence dominée).

##### *IV/ Séries Numériques*

- 1) Définitions (série, série convergente, absolument convergente, commutativement convergente).
- 2) Critères de convergence (comparaison série-intégrale, test de la loupe de Cauchy règles de Cauchy et de d'Alembert, transformation d'Abel, critère des séries alternées) et comparaisons de séries.
- 3) Exemples classiques.

## MG303

### **Probabilités Élémentaires (25h) – 2.5 crédits ECTS**

#### **I/ Espaces probabilisés**

- 1) *Définitions* : Expériences aléatoires, univers, évènements (comme assertion logique et comme sous ensemble), opération ensemblistes classiques, tribus, probabilités.
- 2) *Exemples* : Probabilités uniformes sur un ensemble fini (dénombrable), probabilités quelconques sur un ensemble dénombrable, probabilités à densité sur  $\mathbb{R}$ .

#### **II/ Probabilités conditionnelle et indépendance**

Probabilité conditionnelle ; formule des probabilités totales ; formule de Bayes. Indépendance d'évènements; Formule de Poincaré.

#### **III/ Variables aléatoires discrètes**

- 1) *Généralités* : Définition d'une variable aléatoire discrète, loi de probabilité, fonction de répartition, espérance, variance, covariance. Fonctions de variable aléatoire (théorème de transfert).
- 2) *Va discrètes usuelles* : uniforme, de Bernoulli, binomiale, hypergéométrique, géométrique, de Poisson.

## MG304

### **Introduction aux Logiciels Scientifiques (Matlab et R) (50h) – 5 crédits ECTS**

#### **¶ Analyse numérique**

##### **I/ Premier pas vers la modélisation**

On voit les définitions de la modélisation et du calcul scientifique, pourquoi modéliser, comment construire un modèle au travers d'exemples, comment l'analyser et aboutir à des conclusions. Quelques particularités du calcul en flottant sur des exemples pathologiques.

##### **II/ Résolution d'équations scalaires non linéaires**

Méthodes itératives (dichotomie, fausse position, sécante, Newton et corde), exemples et comparaison des avantages et des inconvénients de chaque méthode.

##### **III/ Méthodes numériques pour les EDO**

Rappel sur le calcul des solutions exactes pour les équations linéaires du premier et second ordre à coefficients constants. Définition de la consistance, de la stabilité et la convergence d'une méthode numérique vers une solution. Exemple des méthodes d'Euler explicite et implicite, de Runge-Kutta et des systèmes du premier ordre.

##### **IV/ Interpolation**

Interpolation de Lagrange, approximation linéaire par morceaux et interpolation d'Hermite. Application aux formules de quadrature et de dérivation numériques (avant, arrière et centrée).

##### **V/ Méthodes numériques pour les EDO**

Rappel sur le calcul des solutions exactes pour les équations linéaires du premier et second ordre à coefficients constants. Définition de la consistance, de la stabilité et la convergence d'une méthode numérique vers une solution. Exemple des méthodes d'Euler explicite et implicite, de Runge-Kutta et des systèmes du premier ordre.

## Statistique

**Objectif** : Familiariser les étudiants avec le logiciel R en s'appuyant sur un cours de statistique descriptive.

### I/ Statistique descriptive univariée

Représentations graphiques, mesures des tendances centrales et de dispersion.

### II/ Statistique descriptive bivariée

Distribution jointe et conditionnelle, statistique du  $\chi^2$ , décomposition de la variance, coefficient de corrélation non linéaire, régression linéaire simple.

## MG305

### Culture Générale (25h) – 2.5 crédits ECTS

L'objectif de cette unité d'enseignement est de renforcer les connaissances des étudiants dans différents domaines des mathématiques et informatiques. Le programme de cette UE sera ajusté en fonction des lacunes scientifiques identifiées au sein de la promotion.

## MG306

### Anglais (25h) – 2.5 crédits ECTS

Cours d'approfondissement de l'apprentissage de la langue Anglaise destiné aux étudiants des filières scientifiques.

## Semestre 4

## MG401

### Géométrie Euclidienne et Algèbre Bilinéaire (75h) – 7.5 crédits ECTS

*Espaces euclidiens* : produit scalaire, Cauchy-Schwarz, norme et distance euclidienne, inégalité triangulaire, égalité du parallélogramme, théorème de Pythagore. Base orthonormale.

Algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Angles de vecteurs, angles de droites, théorème de l'angle au centre et cocyclicité. Sous-espaces orthogonaux.

Déterminant dans une base orthonormale et volume. Orientation.

Projections orthogonales (application à la méthode des moindres carrés). Isométries linéaires, matrices orthogonales, groupe orthogonal et spécial orthogonal. *Exemples d'isométries* : au moins rotations, symétries.

Dualité. Définition du dual et du bidual. Orthogonal d'un sous-espace (au sens de la dualité), base duale, base antédual. Correspondance hyperplans/formes linéaires, dualité entre description paramétrique et description cartésienne d'un sous-espace. Adjoint d'un endomorphisme. Écriture matricielle, lien avec la transposée.

Formes bilinéaires symétriques sur un R-e.v. Matrice d'une forme bilinéaire. Forme bilinéaire comme applications linéaire entre l'espace et son dual. Noyau et rang d'une forme bilinéaire. Vecteurs isotropes. Forme quadratique. Existence de bases orthogonales. Algorithme de réduction de Gauss. Théorie d'inertie de Sylvester, signature d'une forme quadratique. Classification des formes quadratiques réelles.

Interprétation de la dualité dans un espace euclidien. Endomorphismes symétriques et orthogonaux dans un espace euclidien. Lien avec l'adjoint. Forme quadratique associée. Diagonalisation des matrices symétriques dans une base orthonormale. Diagonalisation simultanée de deux formes symétriques dont l'une est définie positive.

Formes sesquilinéaires hermitiennes et espaces hermitiens. Formes sesquilinéaires et espaces hermitiens. Reprise des notions vues dans le cas réel : définition, matrice, forme quadratique hermitienne, signature et théorème d'inertie de Sylvester dans ce cadre. Espaces hermitiens, définitions, similarités et différences avec les espaces euclidiens, groupe unitaire, endomorphismes autoadjoints.

Endomorphismes normaux, réduction, avec applications aux matrices symétriques, antisymétriques, orthogonales, unitaires, autoadjointes.

Notion de complexification et de formes réelles.

## **MG402**

### **Analyse 4 (75h) – 7.5 crédits ECTS**

#### **I/ Suite de fonctions Convergence simple et convergence uniforme d'une suite de fonction**

- 1) Définitions et lien entre convergences simple et uniforme d'une suite de fonctions.
- 2) Critère de Cauchy uniforme.
- 3) Théorèmes de Dini.
- 4) Théorème de Stone Weierstrass par les polynômes de Bernstein.
- 5) Stabilité de la continuité (resp. dérivabilité, intégration) par convergence uniforme.

#### **II/ Série de fonctions**

- 1) Convergences simple et uniforme.
- 2) Convergence normale.
- 3) Continuité, dérivabilité, intégrabilité d'une série de fonctions.

#### **III/ Série entière**

- 1) Pourquoi les séries entières (problématique et définitions) ?
- 2) Rayon et disque de convergence.
- 3) Opération sur les séries entières.
- 4) Comportements d'une série entière sur son disque de convergence et à la frontière.
- 5) Développement en série entière.
- 6) Applications (équation différentielle...).

#### **IV/ Série de Fourier**

- 1) Pourquoi les séries de Fourier (problématique et définitions) ?
- 2) Convergences (en moyenne quadratique, simple, normale) des séries de Fourier.
- 3) Applications aux calculs de certaines séries et aux équations différentielles.

**MG403**

***Probabilités et Statistique Élémentaires (50h) – 5 crédits ECTS***

*Objectif* : À la suite de MG303, présenter les variables aléatoires à densité, les vecteurs aléatoires, énoncer quelques résultats de convergence (loi des grands nombres, TCL) et en donner quelques applications.

**Programme :**

***I/ Variables aléatoires à densité***

- 1) *Généralités* : Fonction de répartition, densité. Moments. Fonctions de variable aléatoire.
- 2) *Exemples classiques* : loi uniforme, exponentielle, normale.

***II/ Vecteurs aléatoires***

Loi jointe, lois marginales et conditionnelles. Indépendance. Propriétés de l'espérance et de la variance. Covariance. *Exemples* : v.a. multinomiale, etc.

***III/ Convergence***

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev. Convergence en probabilité. Loi faible des grands nombres. Estimation de la moyenne et de la variance d'un échantillon i.i.d. Théorème limite central (admis dans le cas général, prouvé dans le cas des v.a. de Bernoulli), applications aux intervalles de confiance.

**MG404**

***Logiciels professionnels statistiques (50h) – 5 crédits ECTS***

**MG405**

***Anglais (25h) – 2.5 crédits ECTS***

Cours d'approfondissement de l'apprentissage de la langue Anglaise destiné aux étudiants des filières scientifiques.

**MG406**

***Concepts et outils de base en informatique (bureautique) (25h) – 2.5 crédits ECTS***

Cet enseignement à divers objectifs : il s'agit de présenter divers aspects fondamentaux de la science informatique et de les illustrer au travers de séances pratiques, de donner à l'étudiant nouvel entrant l'autonomie de gestion de l'environnement.



Semestre 1								
Code UE	Intitulé	Crédits ECTS	ENSEIGNANTS	CM	TD	TP	Evaluation session 1	Evaluation session 2
MG 501	Algèbre Linéaire et Théorie des Groupes	7,5	D. Pourreau	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 502	Théorie de la Mesures et Intégration	7,5	S. Manou-Abi	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 503	Topologie des Espaces Métriques	7,5	D. Pourreau	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 504	Analyse Numérique des Equa Différentielles ordinaires	5	S. Manou-Abi	21	12	18	Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 505	Anglais	2,5	M. Mon		25,5		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
Semestre 2								
Code UE	Intitulé	Crédits ECTS	ENSEIGNANTS	CM	TD	TP	Evaluation session1	Evaluation session 2
MG 601	Calcul Différentiel et Equations Différentielles	7,5	D. Pourreau	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 602	Probabilités et Statistiques	7,5	S. Manou-Abi	36	39		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 603	Optimisation	5	D. Pourreau	24	27		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 604	Modélisation Déterministe et Stochastique	5	S. Manou-Abi	24	13,5	13,5	Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%
MG 605	Stage	5	T. Clavierie		15		Contrôle continu : 100 %	Examen Terminal : 100%

Le responsable du département de Sciences et Technologies  
Elliott SUCRÉ



Le Directeur du Centre Universitaire  
Laurent CHASSOT



## LICENCE 3 - PROGRAMME INDICATIF

### Semestre 5

#### MG 501

#### *Algèbre Linéaire et Théorie des Groupes (75h) – 7.5 crédits ECTS*

L'U.E. est consacrée à l'algèbre des structures fondamentales d'espace vectoriel et de groupe.

#### *I/ Algèbre linéaire*

1) *Réduction des endomorphismes et des matrices carrées : polynômes annulateurs, polynôme caractéristique et polynôme minimal, sous-espaces propres, sous-espaces caractéristiques, critères de diagonalisation ou de trigonalisation, théorème de Cayley-Hamilton, nilpotence, décomposition de Dunford, réduction de Jordan.*

2) Exponentielle d'une matrice carrée, résolution des systèmes différentiels linéaires et des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

#### *II/ Groupes*

1) *Groupe, sous-groupe, de morphisme de groupes et de sous-groupe engendré par une partie, morphismes, groupe produit*

2) Groupes cycliques, nombres de générateurs, équivalence modulo un sous-groupe, sous-groupe distingué, groupe quotient et loi quotient. Le théorème de Lagrange, groupe quotient  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}; +)$  de  $\mathbb{Z}$  par ses sous-groupes.

3) Groupes symétriques (théorème de Cayley, cycles, forme normale d'une permutation, signature) et les groupes diédraux.

- 4) Action de groupe sur un ensemble, notions d'orbite et de stabilisateur. groupes finis.
- 5) *Quotients* : sous-groupes distingués, groupes quotients, factorisation d'applications par une relation d'équivalence, factorisation de morphismes de groupes, théorème de correspondance et théorèmes d'isomorphismes

## MG 502

### *Théorie de la Mesures et Intégration (75h) – 7.5 crédits ECTS*

#### *I) Élément de théorie des ensembles*

#### *II) Espace mesuré*

- 1) Définition, Exemple des mesures discrètes.
- 2) Propriétés générales des mesures.
- 3) Construction d'espace mesuré (Tribu engendrée, Tribu borélienne, Théorème de Carathéodory (admis)), caractérisation d'une mesure sur un pi système.
- 4) Mesure de Lebesgue sur  $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$  : Existence et propriétés.
- 5) Mesures produits. Exemple de la mesure de Lebesgue sur  $\mathbb{R}^n$ .

#### *III) Fonctions mesurables*

- 1) Définition de la mesurabilité.
- 2) Critères de mesurabilité.
- 3) Mesure image d'une mesure par une fonction mesurable.
- 4) Fonctions simples.
- 5) Densité des fonctions simples dans l'ensemble des fonctions mesurables positives.

#### *IV) Construction de l'intégrale de Lebesgue et théorèmes d'inversion limite-intégrale*

- 1) *Construction de l'intégrale (sur l'ensemble des fonctions mesurables positives et sur l'espace  $L^1$ ), Propriétés (linéarité, croissance, inégalité de Markov...), mesure à densité*
- 2) Théorèmes d'inversions limite-intégrale (convergence (cv) monotone, Lemme de Fatou, cv dominée).
- 3) Intégrale dépendant d'un paramètre : critères de continuité et de dérivabilité.

#### *V) Quelques cas particuliers importants*

#### *1) Intégration et mesure produit : Théorème de Fubini*

- 2) Intégration et mesure discrète : application aux séries.
- 3) Intégration et mesure de Lebesgue sur  $\mathbb{R}^n$ .
- 4) Intégration et mesure à densité.
- 5) Intégration et mesure image : le Théorème de transfert.

## VI) Espaces $L_p$

### MG 503

#### Topologie des Espaces Métriques (75h) – 7.5 crédits ECTS

##### I/ Espaces topologiques, espaces métriques

- 1) Définitions (ouvert, fermé, voisinage), continuité propriétés et exemples.
- 2) Espace métrique.
- 3) Espace produit, Espace quotient.
- 4) Complétude, complétion d'un espace métrique, Théorème du point fixe pour les contractions.
- 5) Séparabilité.
- 6) Compacité (théorèmes de Borel-Lebesgue et d'Ascoli).
- 7) Connexité.

##### II/ Espace vectoriels normés (Evn) . Espace de Banach

- 1) Définitions et exemples.
- 2) Séries à valeurs dans un Banach.
- 3) Evn de dimension finie (équivalence des normes, Théorème de Riesz).
- 4) Exemples de Banach en dimension infinie (espace de suites, espace des fonctions continues sur un compact muni de la norme uniforme).

##### III/ Application linéaire, bilinéaire continue, dualité

- 1) Applications linéaires continues entre deux banach.
- 2) Dual topologique.
- 3) Applications bilinéaires continues.

##### IV/ Espace de Hilbert (sur $\mathbb{R}$ uniquement)

- 1) Définition et première propriétés.
- 2) Projection sur un convexe fermé.
- 3) Dual d'un espace de Hilbert.

### MG 504

#### Analyse Numérique des Équations Différentielles ordinaires (50h) – 5 crédits ECTS

##### I/ Représentation des nombres en machine

##### II/ Résolution d'équations non linéaires

- 1) Théorème des valeurs intermédiaires, algorithme de dichotomie, vitesse de convergence.
- 2) Théorème et méthode du point fixe (notion de point fixe répulsif attractif ou répulsif : Théorème d'OSTROWSKI).
- 3) Méthode de Newton : condition suffisante de convergence cas convexe ou concave. Convergence quadratique. Preuve de la convergence locale dans le cas général. Lien avec la méthode du point fixe.
- 4) Méthode de la fausse position.
- 5) Méthode de la sécante.

### III/ Interpolation polynomiale

- 1) Existence et unicité du polynôme d'interpolation de degré au plus  $n$  passant par  $(n+1)$  points donnés.
- 2) Erreur entre polynôme d'interpolation et fonction interpolée. Théorème des accroissements finis généralisé. Phénomène de Runge.
- 3) Calcul effectif du polynôme d'interpolation. Formules de Lagrange et Newton. Avantages respectifs.
- 4) Splines cubiques naturelles. Écriture du système linéaire tri diagonal.

### IV/ Quadratures

### V/ Résolution numérique des ODE

**MG 505**

### Anglais (25h) – 2.5 crédits ECTS

Cours d'approfondissement de l'apprentissage de la langue Anglaise destiné aux étudiants des filières scientifiques.

## Semestre 6

**MG 601**

### Calcul Différentiel et Équations Différentielles (75h) – 7.5 crédits ECTS

Cette U.E. consiste essentiellement à montrer comment toutes les notions et la plupart des résultats d'analyse concernant les fonctions réelles d'une variable qui ont été étudiés au cours des deux premières années peuvent se généraliser aux fonctions vectorielles de plusieurs variables. Elle est découpée en quatre chapitres.

#### I/ Différentiabilité

##### 1) Motivation et définition de la différentielle

- 2) Premières propriétés (continuité, espace tangent, linéarité, composition).
- 3) Exemples d'applications différentiables. (De  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}^n$ , linéaires, multilinéaires).
- 4) Dérivées directionnelles et partielles, Jacobienne.
- 5) Inégalité des accroissements finis.
- 6) Fonctions de classe  $C^1$ .

#### II/ Différentielles d'ordres supérieures.

- 1) La forme bilinéaire « différentielle seconde ».
- 2) Lemme de Schwarz et symétrie de la différentielle seconde.
- 3) Formule de Taylor-Young à l'ordre 2.
- 4) Extrema locaux.
- 5) Différentielle en tout ordre et formule de Taylor.

#### III/ Inversion locale et fonctions implicites

- 1) Notion de difféomorphisme.
- 2) Théorème d'inversion locale.
- 3) Théorème des fonctions implicites.

#### IV/ Équations différentielles

- 1) Qu'est-ce qu'une équation différentielle.
- 2) Équations différentielles linéaires à opérateur constant.
- 3) Équation différentielle linéaire générale.
- 4) Le Théorème de Cauchy-Lipschitz.
- 5) Équations autonomes et champs de vecteurs.

#### MG 602

#### **Probabilités et Statistiques (75h) – 7.5 crédits ECTS**

*Objectifs* : À l'aide des résultats vue en théorie de la mesure, unifier la présentation de la théorie des probabilités (cas discret, cas continue), et en démontrer certains des résultats les plus importants. Donner des applications à la statistique inférentielle.

#### **I/ Rappels**

Espace probabilisé, probabilité conditionnelle, indépendance : probabilité.

Conditionnelle par rapport à un évènement, famille d'évènements indépendants, famille de sous tribu indépendantes.

#### **II/ Variables aléatoires**

**1) Généralités : définition (comme fonction mesurable), loi d'une variable aléatoire (v.a), tribu engendrée par une v.a, famille de v.a indépendantes (lien avec les mesures produits)**

- 2) V.a réelles : espérance, variance, covariance, fonction de répartition, fonction caractéristique (en démontrant toutes les propriétés de ces notions). Exemples classiques.
- 3) V.a vectorielles : fonction de répartition, fonction caractéristique, espérance, variance, covariance. Exemple de la loi multinomiale et étude approfondie des vecteurs gaussiens.
- 4) Image d'une v.a continue par un  $C^1$  difféomorphisme. Application : lois satellite de la loi normale utile en statistiques (Khi<sup>2</sup>, Student, Fisher).

#### **III/ Convergence de v.a.**

- 1) Définitions des modes de convergence classique : convergence en probabilité, convergence p.s., convergence dans  $L_p$ . Lien entre les différentes convergences.
- 2) Lois des grands nombres.

#### **IV/ Convergence en loi.**

- 1) Définition de la convergence en loi, critères de convergences (Théorème portmanteau), lien avec les autres convergences, stabilité par les fonctions continues, Théorème de Slutsky, delta méthode.
- 2) Théorème central limite (uni et multidimensionnel).
- 3) Convergence du khi<sup>2</sup> empirique.

**V/ Applications statistique**

- 1) Intervalle de confiance pour l'espérance de v.a. i.i.d (asymptotique dans le cas général et non asymptotique dans le cas gaussien).
- 2) Test d'adéquation du  $\chi^2$ .
- 3) Introduction au modèle linéaire gaussien.

**MG 603****Optimisation (50h) – 5 crédits ECTS**

Cette U.E. s'appuie sur les U.E. MG 501, MG 503 et MG 601, montrant comment elles convergent vers la résolution du problème de l'optimisation des fonctions réelles de plusieurs variables. Elle généralise donc ce qui a été vu au cours des deux premières années au sujet de l'optimisation des fonctions réelles d'une variable.

*I/ Rappels des notions nécessaires en analyse, calcul différentiel, topologie, algèbre linéaire*

*II/ Formulation et exemples de problèmes d'optimisation (avec et sans contrainte, linéaire et non linéaire)*

*III/ Optimisation sans contraintes. Convexité. Conditions d'optimalité (nécessaire et suffisante).*

*IV/ Optimisation avec contraintes d'égalité. Formulation forte et faible. Lagrangien. Interprétation géométrique.*

*V/ Optimisation avec contraintes générales. Conditions KKT.*

*VI/ Algorithmes numériques s'inspirant des 3 étapes précédentes et discussion sur leur implémentation et limites d'utilisation.*

*VII/ Exemples d'applications : minimisation par moindres carrés, maximisation de la vraisemblance, minimisation d'une énergie, maximisation d'une fonction d'utilité, optimisation d'un réseau de distribution.*

**MG 604****Modélisation Déterministe et Stochastique (50h) – 5 crédits ECTS***I/ Méthodes analytiques*

Rudiments sur les divers types d'EDP. Classification elliptique, parabolique, hyperbolique. Exemples de problèmes de diffusion (chaleur), convection, réaction, dispersion (2 séances). On veillera à présenter les lois physiques correspondantes.

Solutions analytiques par séparation de variables, méthode de Fourier et Laplace.

Importance des conditions limite (2 séances).

**Au choix si le temps le permet :**

**Polynômes de Legendre.**

Cordes vibrantes. Équation des ondes. Fonctions de Bessel.

Ondes progressives. Stabilité linéaire. Relation de dispersion.

Problèmes aux limites, fonctions de Green. Équations intégrales. Théorie de Sturm-Liouville.

## II/ Discrétisation en différences finies 1D

Étude de quelques schémas simples explicites ou implicites.

Semi-discrétisation en espace. Discrétisation complète.

Stabilité. Méthode de Fourier Von Neumann (2 séances).

Utilisation de la FFT (1 séance).

Diffusion d'un polluant. Équation de convection-diffusion-réaction linéaires stationnaires.

Adimensionnement, nombre de Péclet et Damkohler.

Stabilité dans les régimes diffusion dominante ou convection dominante (Péclet local) (1 séance).

## III/ Compléments (selon le choix de l'intervenant en TP, si le temps le permet)

Modélisation mathématique en écologie : Dynamique des populations. Modèles de Malthus et logistique, avec diffusion.

Propagation de front. Introduction aux méthodes asymptotiques ; Exemple de perturbation singulière. Modèles de Black-Scholes en finance.

### MG 605

#### Stage (15h) – 5 crédits ECTS

#### Stage : Initiation au métier d'enseignement de mathématiques (15h) 5 crédits

##### Description du contenu de l'enseignement

Il s'agit d'un module d'initiation aux métiers de l'enseignement des mathématiques du premier et second degré, qui consiste à analyser les processus d'enseignement et d'apprentissage en mettant au centre des analyses les contenus mathématiques dont l'apprentissage est visé. Cette UE (15h) associe des séances en présentiel (Enseignant responsable) et un stage dans un établissement scolaire avec un professeur référent (Tuteur).

Pendant le stage, il s'agira d'effectuer des observations de classe (7 séances, école, collège ou lycée) et lorsque c'est possible une première prise en main de la classe.

Les éléments recueillis dans le cadre du stage et leurs traitements donnent lieu à un rapport écrit (un maximum de 15 pages) et soutenu oralement à la fin du semestre.

*Dans le cours en présentiel on distingue trois grandes parties :*

- A) Introduction aux concepts de base en didactique des mathématiques (Enseignant responsable) et outils pour le démarrage du stage notamment : grille d'analyse des manuels ; grilles d'observation de classe...
- B) Étude didactique des notions d'enseignement des différents domaines mathématiques du premier et second degré par des approches historiques et épistémologique.
- C) Étude de thèmes transversaux aux domaines mathématiques :  
Argumentation et preuves dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.  
Les TICE (Technologie de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement) et l'enseignement des mathématiques.

## Stage : Projet de recherche en mathématiques (20h) 5 crédits

### Objectifs

#### ▮ **Approfondir les mathématiques**

Ce projet peut être une occasion d'approfondir une notion mathématique déjà étudiée.

#### ▮ **Découvrir un domaine**

Ce projet peut être une occasion de découvrir un domaine ayant une dimension mathématique et algorithmique qui vous intéresse.

#### ▮ **Rédiger et présenter**

L'occasion vous est donnée de faire un exposé sur un sujet que vous avez choisi en vous appuyant sur un rapport et un vidéo projecteur.